Fluid Mechanics Homework #3

——杨敬轩

——SZ160310217

**1、写出直角坐标系中，广义牛顿公式的九个分量.**

解：广义牛顿公式的张量形式为



式中







所以，直角坐标系中广义牛顿公式的九个分量为



**2、写出柱坐标系中，连续性方程的形式。**

解：

**方法一：**

不依赖坐标系选择的连续性方程的形式为



柱坐标系与直角坐标系之间的转化关系为



所以在柱坐标系中拉梅系数（Lame coefficients）为



对于矢量，散度的定义为



矢量的通量为



且体积微元为



式除以式并取极限，得的散度为



令速度矢量，则



将式代入式中，得柱坐标系中连续性方程的形式为



**方法二：**

直角坐标系中连续性方程为



柱坐标与直角坐标之间的关系为



直角坐标系三个速度分量与柱坐标系三个速度分量之间的关系为



上式中用到了以下事实：. 将直角坐标系中散度的三个量分别转换到柱坐标系中，由链导法则可知第一个量为



注意到并非的函数，而为的函数可以得到上式第三个等号. 第二个量为



第三个量为



所以散度在柱坐标系中转化为



上式中第一个等号后面的前两项由乘积求导法则的反向运算合并为一项.

所以，柱坐标系中连续性方程的形式为



**3、在不可压缩流体时，写出直角坐标系中牛顿流体的运动方程.**

解：直角坐标系中流体的运动方程为



在不可压缩流体时，



式分别对*x*，*y*，*z*求偏导得



牛顿流体满足广义牛顿公式，由式和式可知



同理可得



将式和式代入式，得不可压缩时直角坐标系中牛顿流体的运动方程为

